

ELEMENTÁRNA TEÓRIA ČÍSEL

I. ZÁPIS PRIRODZENÝCH ČÍSEL POMOCOU ZVÝŠKU PRI DELENÍ

1. Ako sa dajú zapísať prirodzené čísla pomocou násobku čísla 8?
2. Zapíšte, ako môžeme rozdeliť prirodzené čísla do skupín podľa zvyšku pri delení 5. Ku každej skupine vypíšte tie čísla z množiny M , ktoré danej skupiny patria. $M = \{10; 2; 9; 26; 155; 48\}$
3. Aký zvyšok môže mať prirodzené číslo po delení číslom 12?
4. Určte k , n , a a z , ak platí: a) $17 = 2 \cdot 6 + 5$ b) $17 = 2 \cdot 6 + 1$ c) $23 = 3 \cdot 7 + 2$
5. Pomocou premennej $k \in N_0$ zapíšte všetky prirodzené čísla, ktoré nie sú deliteľné 5. (Uveďte ich všetky možné zápisy)
6. Zapíšte pomocou premennej $k \in N_0$ ľubovoľné prirodzené číslo
 - a) ktoré pri delení číslom 7 dáva zvyšok 3
 - b) deliteľné číslom 16
 - c) ktoré pri delení číslom 8 dáva zvyšok 5
 - d) pri delení číslom 15 dáva zvyšok 11
7. Slovné popíšte množiny prirodzených čísel zapísaných výrazmi : a) $7k$ b) $5k + 2$ c) $23k + 18$ *d) $4k - 1; k \in N_0$
8. Určte ciferný súčet čísel a) $86 \cdot 10^3$ b) $2 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10$ c) $4 \cdot 10^5 + 12 \cdot 10^4$
9. Prvé z daných dvoch čísel vyjadrite ako súčet čo najväčšieho násobku druhého čísla a zvyšku.
 - a) 73; 6
 - b) 121; 7
 - c) 538; 29
 - d) 4 812; 53
10. Napíšte 4 najmenšie prirodzené čísla, ktoré patria do množiny prirodzených čísel zapísaných výrazmi
 - a) $7k$
 - b) $8k + 5$
 - c) $5k + 4; k \in N_0$

II. DELITEĽNOSŤ PRIRODZENÝCH ČÍSEL

11. Nájdite číslo, ktoré je deliteľné 4 a 6, ale nie je deliteľné 24.
12. Prečo neplatí: Prirodzené číslo je deliteľné 8 práve vtedy, keď je deliteľné 4 a 2.?
13. Sformulujte pravidlo pre deliteľnosť číslami 18 a 36.
14. Rozhodnite, ktoré z nasledujúcich čísel sú deliteľné číslami 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12 a 15:
 - a) 297
 - b) 3 460
 - c) 3 162
 - d) 70 010
 - e) 7 555
 - f) 505 984
15. Odôvodnite, prečo každé dve prirodzené čísla zapísané rovnakými číslicami, ale v inom poradí (napr. čísla 682 257 a 276 258), dávajú pri delení tromi ten istý zvyšok.
16. Odôvodnite, že rozdiel $987\ 654\ 321 - 123\ 456\ 789$ je deliteľný 9 bez toho, aby ste tento rozdiel počítali, alebo aby ste zisťovali, aké zvyšky dá pri delení 9 menšenec a menšiteľ.
17. Označme m_4 najmenšie 4-ciferné prirodzené číslo, ktoré má ciferný súčet 4 a je deliteľné 4. Označme m_5 najmenšie 5-ciferné prirodzené číslo, ktoré má ciferný súčet 5 a je deliteľné 5. Čomu sa rovná súčet $m_4 + m_5$?

III. PRVOČÍSLA A ZLOŽENÉ ČÍSLA

18. Zistite, či čísla 437; 5 547; 14 147; 29 627 sú prvočísla.
19. Rozložte na súčin mocnín prvočísel čísla 1 288; 1 620; 7 832; 30 030; 11 484.
20. Nájdite všetky prvočísla menšie ako 100.
21. Vyhľadajte všetky „prvočísené dvojčatá“ (prvočísla tvaru $p, p + 2$) menšie ako 150.
22. Vyhľadajte všetky „prvočísené trojčatá“ (prvočísla tvaru $p, p + 2, p + 4$) menšie ako 500.
- *23. Koľko existuje kladných celých čísel m takých, že číslo $m^2 - 9$ je prvočíslom?
24. Nech r, t sú dve rôzne prvočísla. Koľko deliteľov má číslo $m = rt^3$?

IV. NAJVÄČŠÍ SPOLOČNÝ DELITEĽ, NAJMENŠÍ SPOLOČNÝ NÁSOBOK

25. Určte D a n čísel a) 31; 8; 32 b) 28; 65; 132 c) 14; 35; 20

26. Nájdite spoločného menovateľa zlomkov $\frac{3}{42}$, $\frac{6}{28}$, $\frac{5}{12}$.

27. Sčítajte zlomky tak, aby mali čo najmenšieho menovateľa a) $\frac{1}{6} + \frac{2}{15} + \frac{3}{10} + \frac{5}{16}$

b) $\frac{3}{35} + \frac{1}{15} + \frac{2}{21} + \frac{5}{6}$

28. Zapíšte zlomky v základnom tvare: a) $\frac{610}{1586}$ b) $\frac{29952}{52299}$.

29. Vypočítajte súčin čísel 756 a 1 680 a súčin ich D a n.

30. Nakreslite Vennove diagramy pre množiny všetkých deliteľov čísel

a) 18; 24; 36

b) 18; 36; 54

c) 18; 36; 25

31. Nájdite najmenšie prirodzené číslo, ktoré pri delení číslami a) 16 a 24 dáva zvyšok 5 b) 42 a 90 dáva zvyšok 11.

32. Určte všetky prirodzené čísla n , pre ktoré je najmenší spoločný násobok čísla 18 a čísla n a) 36 b) 90.

33. Obdĺžnikovú halu s rozmermi 910 cm a 1 330 cm treba pokryť čo najmenším počtom rovnakým štvorcových dlaždíc. Aké rozmery budú mať tieto dlaždice a koľko ich musí byť?

34. V súkolesí má jedno ozubené koleso 70 zubov, druhé, ktoré doň zapadá, 84 zubov. Po koľkých otočeniach kolesa s väčším počtom zubov zaberie ten istý zub do rovnakej medzery ako na začiatku pohybu?

35. Určte najúspornejšiu dĺžku dosák, z ktorých sa majú podľa potreby vyrábať poličky dlhé 60 cm alebo 75 cm alebo 50 cm.

V. OPAKOVANIE

36. Ak číslo m dáva pri delení číslom 15 zvyšok 7, aký zvyšok dáva číslo $8m$ pri delení číslom 5?

37. Na stavbe sa pracovalo nepretržite 100 dní. Prvý pracovný deň pripadol na utorok. Na ktorý deň v týždni pripadol posledný deň?

38. Aký zvyšok pri delení číslom 13 dáva číslo a) 130·131 b) 262·263 c) 567 + 568 + 569 + 571 + 573

39. Koľko šesťciferných čísel dáva pri delení číslom 23 zvyšok 11?

* 40. Viete, že číslo 7^{1999} dáva pri delení číslom 5 zvyšok 3. Zistite, aký zvyšok pri delení 5 dáva číslo 7^{2000} .

41. Číslo A dáva pri delení číslom 17 zvyšok 6. Aký zvyšok dáva pri delení 17 číslo

a) $A + 2$

b) $A + 1000$

c) $A - 815$

d) $4A$

e) $9A - 435$

42. Ktorým z uvedených čísel nie je deliteľné číslo 1 111 111 1110·11 124?

a) 16

b) 24

c) 40

d) 81

43. Nech m je kladné celé číslo. Ak súčet čísel $7m$ a $4m$ je deliteľný číslom 55, potom ich rozdiel musí byť deliteľný číslom

a) 11

b) 15

c) 25

d) 45

44. Prirodzené číslo t dáva pri delení 18-timi zvyšok 6. Tu sú tri tvrdenia o čísle t :

(1) Číslo t je deliteľné 3.

(2) Číslo t je deliteľné 9.

(3) Číslo t je párne.

Ktoré z uvedených tvrdení je (sú) pravdivé?

45. O kóde chrániacom trezor istej firmy jeden z členov bezpečnostnej služby prehlásil:

(1) Tajný kód je prirodzené číslo menšie ako 180.

(2) Je deliteľné 7.

(3) Pri delení 6 dáva zvyšok 3.

(4) Je to párne číslo.

(5) Súčet jeho číslic je 11.

Najviac koľko z uvedených informácií môže byť súčasne pravdivých?

46. Miesto * doplňte chýbajúce cifry a) v čísle 251 *84 73* tak, aby vzniknuté číslo bolo deliteľné 45 b) 5 *47 58* tak, aby vzniknuté číslo bolo deliteľné 36.

47. Koľko trojčiferných čísel a) je deliteľných číslom 17 b) nie je deliteľných číslom 23?
48. Aké číslice treba doplniť miesto písmen A a B , aby číslo $3A5\cdot31B$ bolo deliteľné a) 8 b) 18?
49. Koľkými číslami musíme deliť číslo 10 001, aby sme mohli s istotou povedať, že je to prvočíslo?
50. Nech $m = pqr$, kde $p < q < r$ sú tri prvočísla. Ktoré z uvedených tvrdení o čísle m je určite pravdivé?
- (1) Číslo m má práve šesť kladných deliteľov.
 - (2) $\sqrt{m}$ je celé číslo.
 - (3) Číslo m je deliteľné 9.
 - (4) $m \geq 30$.
51. Ktoré z uvedených čísel má najviac deliteľov?
- a) 411^9 b) 407^9 c) 405^9 d) 403^9
52. Označme $m = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$, $n = 5^2 \cdot 7 \cdot 17$. Ktoré z uvedených tvrdení o číslach m , n je nepravdivé?
- a) Čísla m , n sú navzájom súdeliteľné.
 - b) Číslo n je deliteľné číslom 35.
 - c) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 19$ je násobkom čísla m .
 - d) Najmenším spoločným násobkom čísel m a n je $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 17$.
53. Dané sú dve prirodzené čísla $a > b > 1$. Ktoré z uvedených čísel nemôže byť ich najväčším spoločným deliteľom?
- a) $a + b$ b) $a - b$ c) 1 d) b
54. Označme n najmenší spoločný násobok čísel a , b . Nech D je ich najväčší spoločný deliteľ. Ak pre dve kladné celé čísla a , b platí $D = 4$ a $n = 144$, potom
- a) $ab = 36$ b) $ab = 144$ c) $ab = 288$ d) $ab = 576$
55. Obdĺžnikový záhon dlhý 3 960 cm a široký 825 cm je potrebné rozdeliť na niekoľko rovnakých štvorcových sektorov, na ktorých sa budú testovať rôzne druhy hnojív. Na aký najmenší počet rovnakých štvorcových sektorov možno rozdeliť tento záhon?
56. V národnom parku GEJSOP je gejzír a sopka. Gejzír vystrekne pravidelne každých 18 dní, zo sopky vystúpi oblak dymu pravidelne každých 40 dní. Koľkokrát v priebehu 9 000 dní nastane situácia, že oba tieto prírodné úkazy možno pozorovať súčasne v jeden deň?